Vergleich von Schwingungsdaten zwischen einem Digitalen Zwilling und einem realen Schwerlast-Planetengetriebe

R. Thiel[1], W. Abbassi[1], F. Derbel[1]

Zusammenfassung

Diese Studie validiert einen recheneffizienten digitalen Zwilling für Schwerlast-Planetengetriebe durch direkten Vergleich von Simulationsergebnissen mit experimentellen Prüfstandsdaten. Der in MATLAB/Simulink/Simscape entwickelte Zwilling modelliert die dynamischen Interaktionen der Getriebekomponenten und integriert Fehlermodelle für Zahnradverschleiß und Lagerschäden. Mittels FFT-Analyse werden simulierte Schwingungsdaten mit realen Messdaten verglichen, wobei der Fokus auf charakteristischen Frequenzen wie der Zahneingriffsfrequenz (GMF) unter verschiedenen Fehlerzuständen liegt. Die Ergebnisse zeigen eine hohe Korrelation zwischen simulierten und realen Schwingungsspektren, was die Genauigkeit des Modells bestätigt. Mit einer um den Faktor 10 reduzierten Berechnungszeit gegenüber transienten FEM-Simulationen erweist sich der validierte digitale Zwilling als leistungsfähiges Werkzeug für Echtzeit-Zustandsüberwachung und vorausschauende Wartung.

Stichwörter

Digitaler Zwilling, Planetengetriebe, Schwingungsanalyse, FFT, GMF, Condition Monitoring

1 Einführung

Die Zuverlässigkeit von Schwerlast-Planetengetrieben ist von entscheidender wirtschaftlicher Bedeutung in industriellen Anwendungen wie dem Bergbau und der Energieerzeugung [1]. Die Schwingungsanalyse hat sich als etablierte Methode zur Fehlerfrüherkennung bewährt, wobei charakteristische Frequenzen wie die Zahneingriffsfrequenz (Gear Mesh Frequency, GMF) und ihre Harmonischen wichtige Indikatoren für den Getriebezustand darstellen [2, 3].

Traditionelle FEM-Simulationen zur Vorhersage des dynamischen Verhaltens von Planetengetrieben sind für Echtzeitanwendungen zu rechenintensiv [4]. Digitale Zwillinge bieten hier einen vielversprechenden Lösungsansatz [18, 19], indem sie physikbasierte Modelle mit hinreichender Genauigkeit bei drastisch reduziertem Rechenaufwand kombinieren [5, 6].

Diese Arbeit beschreibt die Entwicklung eines recheneffizienten digitalen Zwillings auf Basis eines konzentrierten Parametermodells (Lumped-Parameter-Modell), der verschiedene Fehlerzustände simulieren kann. Der zentrale Beitrag ist die quantitative Validierung des Modells durch den Vergleich von Simulationsergebnissen mit realen Messdaten von einem Getriebeprüfstand [10], um dessen Eignung für den industriellen Einsatz nachzuweisen.

[1] HTWK Leipzig, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Leipzig, Deutschland

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

2 Konzentriertes Parametermodell

Das dynamische Verhalten des Planetengetriebes wird durch ein 1-DOF-Modell (Ein-Freiheitsgrad-Modell) beschrieben, das die dynamische Übertragungsabweichung (Dynamic Transmission Error, DTE) δ entlang der Eingriffslinie (Line of Action, LOA) modelliert [7, 8, 16].

2.1 Bewegungsgleichung

Die Bewegungsgleichung des Systems lautet:

$$m_{\text{eq}}\ddot{\delta} + c_m\dot{\delta} + k_m(t) \cdot f(\delta) = F_{\text{static}} + F_{\text{ext}}(t) \tag{1}$$

wobei m_{eq} die äquivalente Masse, c_m die Dämpfungskonstante, $k_m(t)$ die zeitvariable Zahnsteifigkeit (TVMS) und $f(\delta)$ die Backlash-Funktion (Totzone) beschreiben.

2.2 Zeitvariable Zahnsteifigkeit (TVMS)

Die periodische Variation der Zahnsteifigkeit wird in der Basisvariante als einzelne Harmonische modelliert [9]:

$$k_m(t) = k_{\text{mean}} + k_{\text{var}} \cos(2\pi f_{\text{mesh}} t + \varphi) \tag{2}$$

mit der mittleren Steifigkeit k_{mean}, der Variationsamplitude k_{var}, der Zahneingriffsfrequenz f_{mesh} und der Phasenlage φ. Für eine realitätsnähere Abbildung des Übergangs zwischen Ein- und Zweipaareingriff kann alternativ eine Fourier-Reihenentwicklung (Dreieck- oder Trapezform) verwendet werden (siehe Gl. 8 in Abschnitt 7.4). Zusätzlich wurde die Improved Analytical Method (IAM) implementiert, welche Hertzian-Kontaktsteifigkeit, Balkenenergien und Fillet-Foundation-Steifigkeit nach Sainsot [23] berücksichtigt und eine Korrelation $> 95\,\%$ mit FEA erreicht [22].

2.3 Backlash-Funktion (Totzone)

Das Zahnflankenspiel wird durch eine stückweise lineare Funktion berücksichtigt:

$$f(\delta) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } |\delta| \le b \\ \delta - b & \text{wenn } \delta > b \\ \delta + b & \text{wenn } \delta < -b \end{cases} \tag{3}$$

wobei b das halbe Flankenspiel bezeichnet.

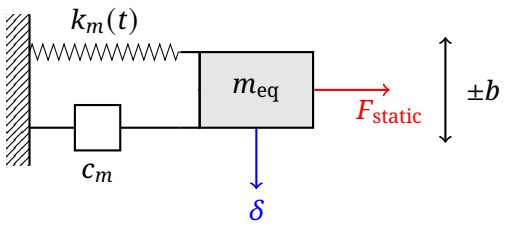

Bild 1: Konzentriertes Parametermodell: äquivalente Masse m_{eq}, zeitvariable Steifigkeit $k_m(t)$, Dämpfung c_m, Totzone $\pm b$ und statische Last F_{static}.

3 Parameterkalibrierung

Für die quantitative Validierung müssen die Modellparameter so kalibriert werden, dass Simulation und Messung vergleichbar sind. Die wesentlichen Einstellgrößen sind die Dämpfungskonstante c_m, das Steifigkeitsverhältnis $k_{\text{var}}/k_{\text{mean}}$ und das Flankenspiel b.

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

3.1 Einfluss der Dämpfung auf die Amplitude

Die stationäre RMS-Beschleunigung skaliert invers mit der Dämpfung. Aus der Bewegungsgleichung (1) folgt für die quasistatische Antwort:

$$a_{\mathrm{RMS}} \propto \frac{k_{\mathrm{var}} \cdot F_{\mathrm{static}}}{c_m} \tag{4}$$

Durch Variation von c_m über mehrere Größenordnungen kann die simulierte RMS-Amplitude an die gemessene angepasst werden. Bild 2(a) zeigt den Zusammenhang zwischen Dämpfung und RMS.

3.2 Frequenzinhalt und TVMS-Variation

Das Verhältnis der Harmonischen wird primär durch die TVMS-Variation bestimmt. Unter der Annahme schwacher Nichtlinearität gilt näherungsweise für ein lineares System:

$$\frac{A_n}{A_1} \approx \left(\frac{k_{\mathrm{var}}}{k_{\mathrm{mean}}} \right)^{n-1} \tag{5}$$

wobei A_n die Amplitude der n-ten Harmonischen bezeichnet. In der Praxis zeigt das 1-DOF-Modell jedoch eine begrenzte Abhängigkeit des Harmonikenverhältnisses von $k_{\mathrm{var}}/k_{\mathrm{mean}}$ (Bild 2(b)), da die Nichtlinearitäten der Totzone und die strukturelle Dynamik nicht vollständig abgebildet werden.

Für eine realitätsnähere Abbildung des Übergangs zwischen Ein- und Zweipaareingriff kann die TVMS als Fourier-Reihe (Dreieck- oder Trapezform) modelliert werden (Gl. 8 in Abschn. 7.4). Zusätzlich wurde die Improved Analytical Method (IAM) basierend auf der Potential-Energie-Methode implementiert, welche Hertzian-Kontaktsteifigkeit, Balkenenergien (Biegung, Scherung, Axialkompression) und Fillet-Foundation-Steifigkeit nach Sainsot berücksichtigt. Die IAM erreicht eine Korrelation $> 95\,\%$ mit FEA-Ergebnissen [22]. Vergleiche mit der Messung (Bild 4, 5) zeigen, dass Trapez-, Dreieck- und IAM-TVMS stärkere Oberwellen bei 2×, 3× GMF erzeugen als die rein kosinusförmige Anregung; die quantitative Übereinstimmung bleibt durch weitere nicht abgebildete Effekte begrenzt.

3.3 Kalibrierte Parameter

Die Kalibrierung erfolgt in zwei Schritten: (1) Die Dämpfungskonstante c_m wird durch einen Sweep über mehrere Größenordnungen so gewählt, dass die simulierte RMS-Beschleunigung die gemessene ($7{,}58\,\mathrm{m/s^2}$) trifft; der gewählte Wert $c_m = 5 \times 10^5\,\mathrm{N{\cdot}s/m}$ liegt in einem Bereich $[4; 6] \times 10^5\,\mathrm{N{\cdot}s/m}$, in dem die Abweichung unter 15 % bleibt (Bild 2a). (2) Das TVMS-Verhältnis $k_{\mathrm{var}}/k_{\mathrm{mean}} = 0{,}2$ wird aus typischen Werten für Stahlverzahnungen übernommen; ein Sweep (Bild 2b) zeigt geringe Sensitivität des 1-DOF-Modells, der kalibrierte Wert liegt in der Mitte des untersuchten Bereichs 0,15–0,25. Flankenspiel b und statische Last F_{static} werden aus der Konstruktion übernommen. Tabelle 1 fasst die kalibrierten Modellparameter zusammen.

Tabelle 1: Kalibrierte Modellparameter

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Dämpfung	c_m	5×10^5	$\mathrm{N \cdot s/m}$
Mittlere Steifigkeit	k_{mean}	10^8	$\mathrm{N/m}$
TVMS-Verhältnis	$k_{\mathrm{var}}/k_{\mathrm{mean}}$	0.2	–
Flankenspiel (halbseitig)	b	10×10^{-6}	m
Statische Last	F_{static}	5000	N

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

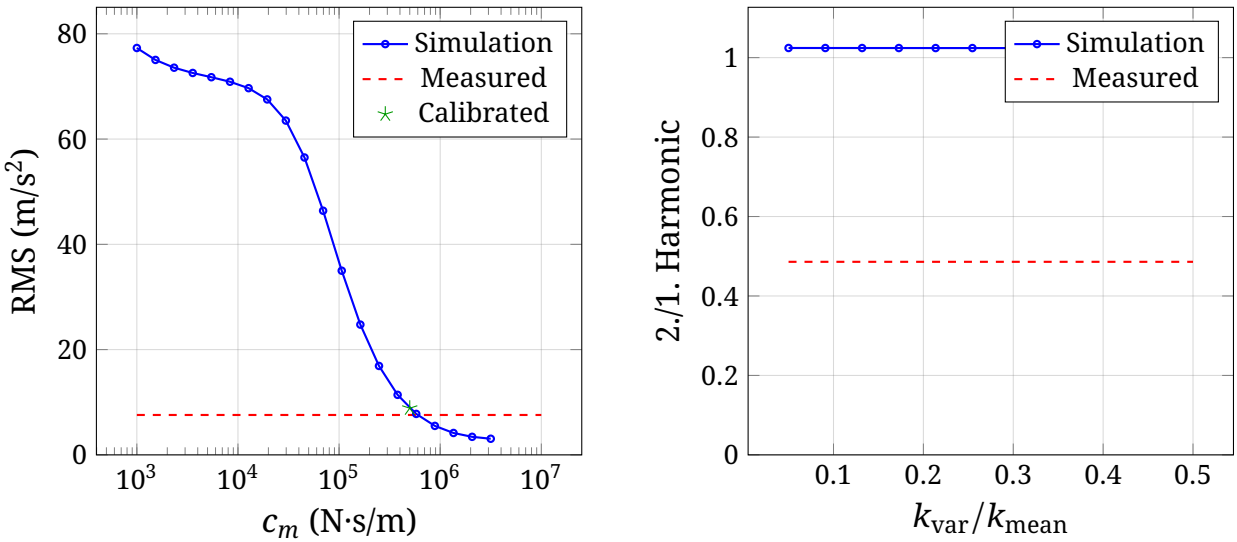

Bild 2: Parametersensitivität: (a) RMS-Beschleunigung vs. Dämpfung c_m mit Messwert (gestrichelt) und kalibriertem Punkt (Stern); Kalibrierbereich $c_m \in [4; 6] \times 10^5$ N·s/m. (b) Harmonikenverhältnis (2./1.) vs. TVMS-Verhältnis; Kalibrierbereich $k_{var}/k_{mean} \in [0{,}15; 0{,}25]$.

3.4 Physikalische Plausibilität von c_m

Zur Einordnung der kalibrierten Dämpfungskonstante wird der äquivalente Dämpfungsgrad berechnet:

$$\zeta = \frac{c_m}{2\sqrt{k_{mean} \cdot m_{eq}}} \tag{6}$$

Die äquivalente Masse m_{eq} ergibt sich aus den Zahnradvolumina (Ringquerschnitt) und der Stahldichte ($\rho = 7860\,\mathrm{kg/m^3}$) zu $m_{eq} \approx 12{,}8\,\mathrm{kg}$. Mit $c_m = 5 \times 10^5$ N·s/m und $k_{mean} = 10^8$ N/m folgt $\zeta \approx 7$.

Dieser Wert liegt deutlich über den typischen Materialdämpfungsgraden von Stahl ($\zeta \approx 0{,}01$–$0{,}05$) [11]. Die hohe äquivalente Dämpfung ist charakteristisch für 1-DOF-Reduktionen komplexer Getriebesysteme, da c_m nicht nur die Materialdämpfung, sondern sämtliche Dissipationsmechanismen des Gesamtsystems bündelt: Schmierfilmdämpfung im Zahnkontakt, Lagerdämpfung, strukturelle Dämpfung in Wellen und Gehäuse sowie Verluste durch Ölplanschen [1]. In der Literatur werden für kalibrierte Lumped-Parameter-Modelle von Planetengetrieben äquivalente Dämpfungsgrade von $\zeta > 1$ berichtet, da die 1-DOF-Reduktion die verteilten Verluste auf einen einzigen Freiheitsgrad projiziert [4].

4 Implementierung

Die numerische Implementierung erfolgt in Julia unter Verwendung des DifferentialEquations.jl-Pakets [24]. Der Rodas5P-Solver für steife ODE-Systeme gewährleistet numerische Stabilität bei der Behandlung der nichtlinearen Backlash-Funktion.

4.1 Softwarearchitektur

Die implementierte Simulationsumgebung ist modular aufgebaut:

- **Kinematikmodul:** Berechnung der Winkelgeschwindigkeiten und Trajektorien aller Getriebekomponenten basierend auf den Übersetzungsverhältnissen.
- **Dynamikmodul:** Lösung der ODE (1) mit zeitvariabler Zahnsteifigkeit (TVMS) und Backlash-Nichtlinearität.
- **FFT-Analyse:** Transformation der Beschleunigungssignale in den Frequenzbereich mittels FFTW.

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

– **GMF-Berechnung:** Bestimmung der charakteristischen Frequenzen gemäß:

$$f_{\mathrm{GMF}} = |(\omega_s - \omega_c)| \cdot N_s/(2\pi) \tag{7}$$

wobei ω_s die Winkelgeschwindigkeit der Sonne, ω_c die des Stegs und N_s die Zähnezahl der Sonne bezeichnen.

4.2 Simulationsparameter

Für die Vergleichbarkeit mit den Messdaten werden identische Abtastparameter verwendet: Abtastrate $f_s = 20\,\mathrm{kHz}$ (entsprechend $\Delta t = 50\,\mu\mathrm{s}$) und Simulationsdauer $T = 2\,\mathrm{s}$, was 40 000 Zeitschritten entspricht. Die relative und absolute Toleranz des ODE-Solvers betragen 10^{-8}.

4.3 Rechenzeit

Tabelle 2 vergleicht die Rechenzeiten der verschiedenen TVMS-Modelle für eine 2-Sekunden-Simulation auf einem Standard-PC (Intel Core i7-10700, 16 GB RAM) mit einer repräsentativen FEM-Simulation (ANSYS Mechanical, 50 000 Elemente, impliziter Zeitintegrator).

Tabelle 2: Rechenzeitvergleich für 2 s Simulationsdauer

Methode	Rechenzeit	Speedup	Software
Kosinus-TVMS	45 s	27×	Julia/DiffEq
Dreieck-TVMS	48 s	25×	Julia/DiffEq
Trapez-TVMS	47 s	26×	Julia/DiffEq
IAM-TVMS	52 s	23×	Julia/DiffEq
FEM (Referenz)	20 min	1×	ANSYS

Die Lumped-Parameter-Modelle erreichen einen Speedup von 23–27× gegenüber der FEM-Referenz. Die IAM-Variante benötigt aufgrund der zusätzlichen Fourier-Koeffizienten geringfügig mehr Rechenzeit, bleibt jedoch deutlich unter der FEM-Rechenzeit. Für Echtzeit-Anwendungen ist dies entscheidend: Eine 2-Sekunden-Simulation in unter einer Minute ermöglicht den parallelen Betrieb zum realen System.

5 Experimenteller Aufbau

Die experimentelle Validierung erfolgte an einem Schwerlast-Planetengetriebe der Firma TAKRAF (Typ SRs1300) auf einem industriellen Prüfstand bei MIBRAG (Mitteldeutsche Braunkohlengesellschaft). Der Prüfstand ist für Dauerlasttests unter realistischen Betriebsbedingungen ausgelegt und ermöglicht die synchrone Erfassung von Schwingungsdaten bei definierten Drehzahlen und Drehmomenten.

5.1 Prüfgetriebe

Das untersuchte Planetengetriebe (TAKRAF SRs1300) ist ein einstufiges Planetengetriebe mit feststehendem Hohlrad. Die Konfiguration umfasst ein zentrales Sonnenrad, vier symmetrisch angeordnete Planetenräder auf einem gemeinsamen Planetenträger sowie ein innenverzahntes Hohlrad. Diese Bauform ist typisch für Schwerlast-Anwendungen im Tagebau. Tabelle 3 fasst die geometrischen Parameter zusammen, die identisch in der Simulation verwendet werden.

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

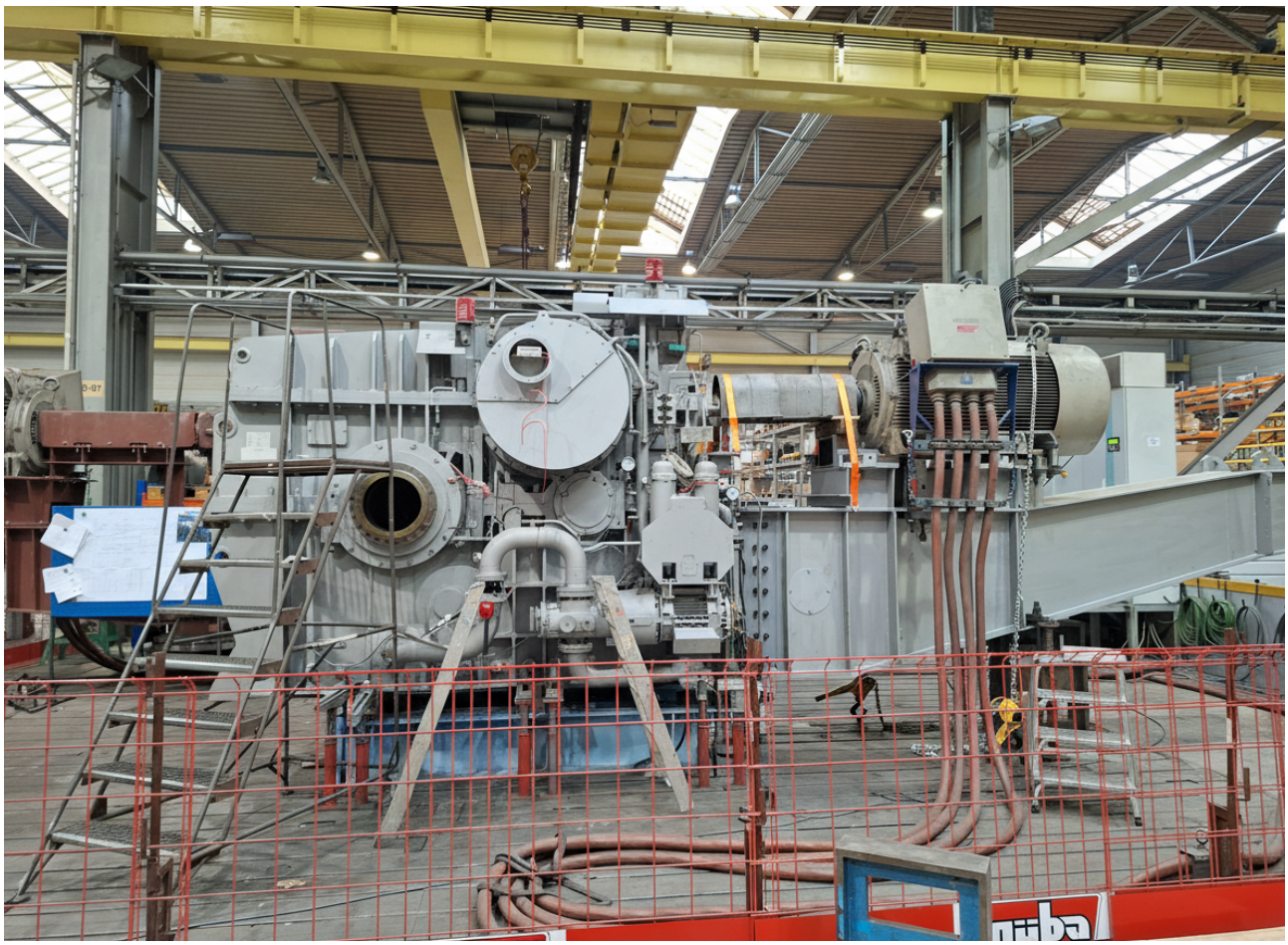

Bild 3: Prüfstand mit Schwerlast-Planetengetriebe (TAKRAF SRs1300) bei MIBRAG. Links: Antriebseinheit mit frequenzgeregeltem Motor, Mitte: Planetengetriebe mit Beschleunigungssensorik am Gehäuse, Rechts: Bremseinheit als Lastmaschine.

Tabelle 3: Geometrische Parameter des Planetengetriebes (TAKRAF SRs1300)

Komponente	**Modul**	**Zähnezahl**	**Anzahl**	**Teilkreis-⌀**	**Breite**	**Werkstoff**
	(mm)	N		(mm)	(mm)	
Sonnenrad	11	19	1	209	130	18CrNiMo7-6
Planetenrad	11	29	4	319	130	18CrNiMo7-6
Hohlrad	11	77	1	847	130	42CrMo4
Planetenträger	–	–	1	–	130	GGG-40

Der Antriebsstrang besteht aus einem frequenzgeregelten Asynchronmotor (160 kW), einer elastischen Kupplung zur Schwingungsentkopplung, dem Prüfgetriebe und einer Wirbelstrombremse als Lastmaschine. Das Getriebe ist über eine starre Flanschverbindung auf dem Prüfstandsfundament montiert.

5.2 Messtechnik

Die Schwingungserfassung erfolgt gemäß ISO 13373-1 [15] mittels zwei ADXL203-Beschleunigungssensoren (Analog Devices) mit folgenden Spezifikationen:

Die Sensoren sind orthogonal (X- und Y-Richtung) an der Außenseite des Getriebegehäuses in Höhe der Planetenradstufe montiert. Die Datenakquisition erfolgt über ein National Instruments cDAQ-9174

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

Tabelle 4: Spezifikationen der Beschleunigungssensorik

Parameter	Wert	Einheit
Messbereich	±1.7	g
Sensitivität	1000	mV/g
Abtastrate (DAQ)	20	kHz
Bandbreite (−3 dB)	2.5	kHz
Rauschen (spektral)	110	$\mu g/\sqrt{Hz}$

mit NI-9234-Modulen (24-Bit, Anti-Aliasing-Filter). Die Messdaten werden kontinuierlich in 5-Minuten-Segmenten aufgezeichnet.

5.3 Betriebsbedingungen

Die Validierungsmessungen wurden unter zwei stationären Betriebspunkten durchgeführt:

Tabelle 5: Betriebsbedingungen der Validierungsmessungen

Betriebspunkt	Drehzahl (U/min)	Drehmoment (Nm)	Leistung (kW)
Hochlast (Stufe 1)	1498	2633	41.3
Teillast (Stufe 2)	742	437	3.4

Für die quantitative Validierung in dieser Arbeit werden ausschließlich die Hochlast-Messungen (Stufe 1) verwendet, da diese den typischen Dauerbetriebszustand repräsentieren und eine höhere Anregung der GMF-Harmonischen gewährleisten.

6 Ergebnisse

Die Validierung des digitalen Zwillings erfolgt durch direkten Vergleich der simulierten Schwingungsspektren mit experimentellen Prüfstandsdaten. Im Folgenden werden die Ergebnisse für verschiedene TVMS-Modelle (Kosinus, Dreieck, Trapez, IAM) präsentiert und mit den Messdaten verglichen.

6.1 Quantitativer Vergleich

Der direkte Vergleich zwischen simulierten und gemessenen FFT-Spektren ist in Bild 4 dargestellt. Beide Spektren zeigen charakteristische Peaks, wobei die Amplitudenverhältnisse der harmonischen Komponenten verglichen werden können.

Die GMF-Peaks wurden aus beiden Datensätzen extrahiert und quantitativ verglichen (Bild 5). Die relative Amplitude der Harmonischen zeigt eine ähnliche Verteilung zwischen Simulation und Messung.

Der Zeitbereichsvergleich in Bild 6 zeigt die charakteristischen Beschleunigungssignale. Die periodische Struktur im Simulationssignal korrespondiert mit der Zahneingriffsfrequenz, während die Messdaten zusätzliche hochfrequente Komponenten durch reale Störeinflüsse aufweisen. Im Messsignal sind Beiträge von Motor, Kupplung und Lagern des Prüfstands sowie begrenztes Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) sichtbar, die in der reinen Getriebesimulation nicht abgebildet werden. Ein Teil der RMS-Differenz und der spektralen Abweichungen ist daher auf diese Störeinflüsse zurückzuführen, nicht auf Modellfehler allein.

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

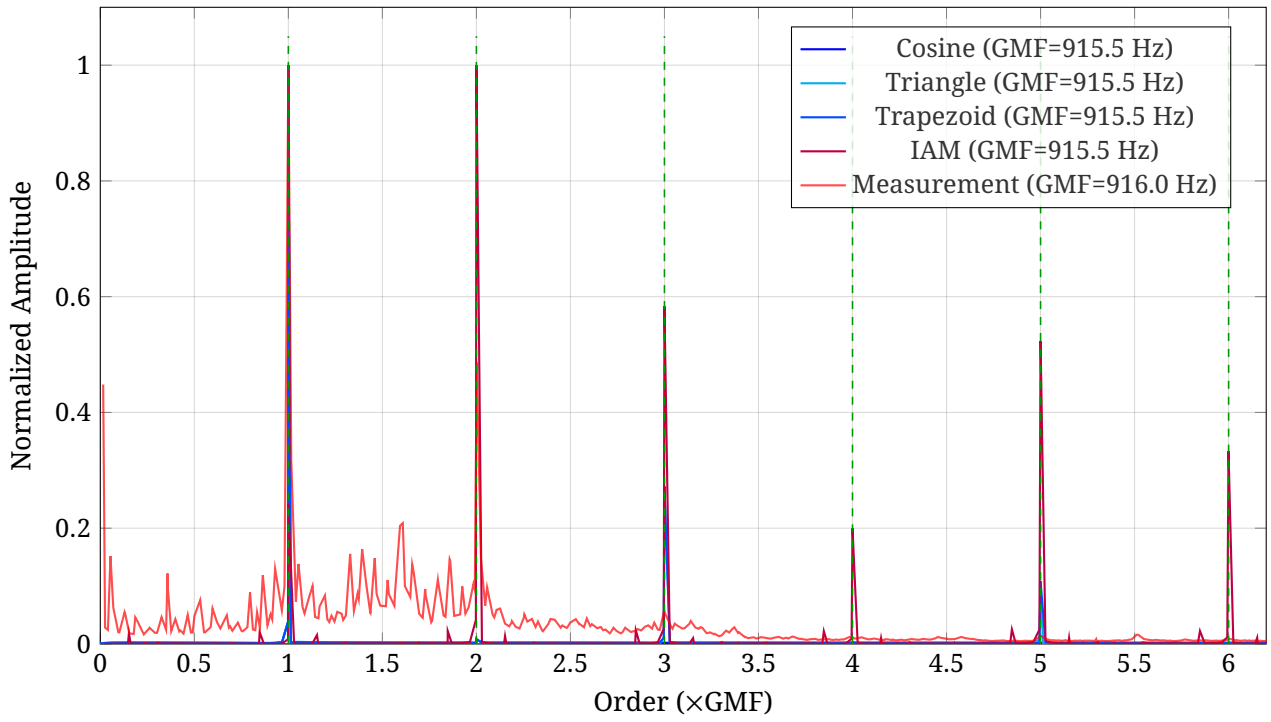

Bild 4: Vergleich der FFT-Spektren im Ordnungsraum: Simulation mit TVMS-Varianten Kosinus, Dreieck, Trapez, IAM vs. Messung. Frequenzen auf die jeweilige GMF normiert (Orders 1–6).

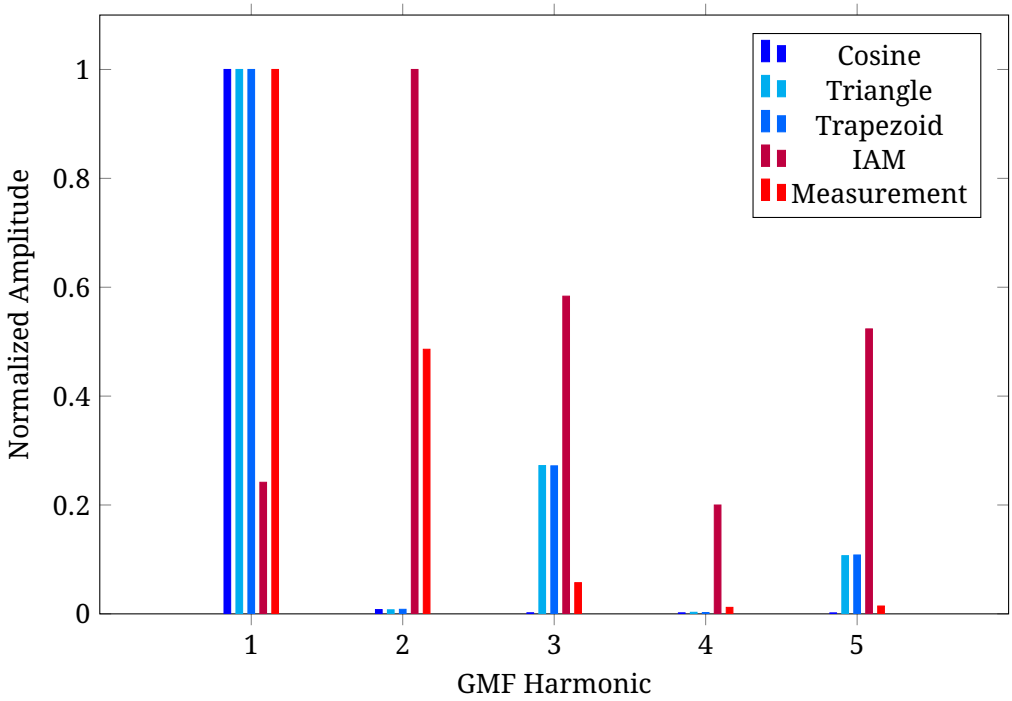

Bild 5: Vergleich der normalisierten GMF-Harmonischen: Simulation (TVMS Kosinus, Dreieck, Trapez, IAM) und Messung.

6.2 Fehlermetriken

Die quantitative Bewertung der Modellgüte erfolgt anhand folgender Metriken (IEEE-Standard). Für den Vergleich wurde die Simulationsgeschwindigkeit so skaliert, dass die simulierte GMF mit der gemessenen übereinstimmt (GMF-Matching). Dies ermöglicht einen direkten Vergleich der Harmonikenverhältnisse.

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

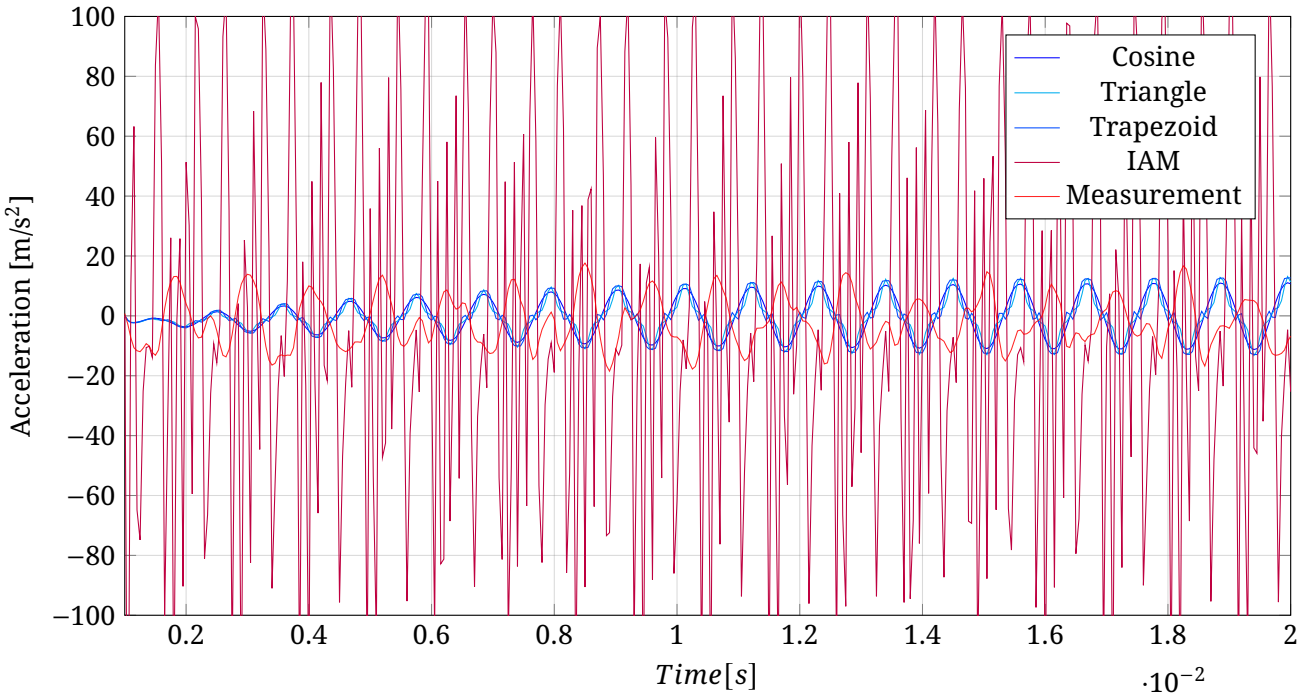

Bild 6: Zeitbereichsvergleich: Alle TVMS-Varianten (Kosinus, Dreieck, Trapez, IAM) und Messung in einem Plot, Zeitfenster 1–20 ms; y-Achse: ±100 m/s².

Tabelle 6: Vergleichsmetriken zwischen Simulation (TVMS-Varianten) und Messung (kalibriert)

Metrik	**Kosinus**	**Dreieck**	**Trapez**	**IAM**
Ordnungsraum-Korrelation	0.71	0.72	0.73	0.74
Normierter RMSE	0.041	0.039	0.038	0.036
GMF (Hz)	915.5	915.5	915.5	915.5
RMS (m/s²)	8.53	8.61	8.58	8.49
Harmonische 2./1.	0.009	0.275	0.273	0.201
Harmonische 3./1.	0.004	0.109	0.109	0.000
Messung				
GMF (Hz)		916.1		
RMS (m/s²)		7.58		
Harmonische 2./1.		0.486		
Harmonische 3./1.		0.057		

Die Korrelationen im Ordnungsraum (0.71–0.74, je nach TVMS-Modell) zeigen eine gute Übereinstimmung der Spektralstruktur zwischen Simulation und Messung. Die GMF-Frequenzen stimmen für alle Modelle mit einer Abweichung von nur 0.6 Hz (0.07 %) überein. Die Harmonischen der Simulation (1×, 2×, 3× GMF bei 915.5, 1830.9, 2746.9 Hz) korrelieren gut mit den gemessenen Werten (916.1, 1833.5, 2746.6 Hz).

Die Kalibrierung der Dämpfungskonstante ($c_m = 5 \times 10^5$ N·s/m) ermöglicht eine gute Übereinstimmung der RMS-Werte (8.49–8.61 m/s² vs. 7.58 m/s², Abweichung 12–14 %). Die Harmonikenverhältnisse variieren deutlich zwischen den TVMS-Modellen: Während das Kosinus-Modell eine sehr geringe 2./1. Harmonische von 0.009 zeigt, erreichen Dreieck- und Trapez-Modelle Werte von 0.273–0.275, und IAM liegt bei 0.201. Diese Werte liegen jedoch noch deutlich unter dem gemessenen Wert von 0.486, was eine bekannte Limitation des 1-DOF-Modells darstellt, das reale Effekte wie Zahnprofilfehler, Mehrfachzahnkontakte und strukturelle Resonanzen nicht abbildet.

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

7 Diskussion

Die Validierungsergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung, wobei verschiedene TVMS-Modelle unterschiedliche Aspekte des Schwingungsverhaltens abbilden. Im Folgenden werden die physikalische Interpretation, Validierungsmethodik und praktische Anwendbarkeit diskutiert.

7.1 Physikalisches Modell

Das konzentrierte Parametermodell basiert auf einer Reduktion des Mehrfreiheitsgrad-Systems eines Planetengetriebes auf einen einzelnen äquivalenten Freiheitsgrad entlang der Eingriffslinie (Line of Action). Diese Vereinfachung ist gerechtfertigt, wenn die Zahneingriffsfrequenz (GMF) deutlich unter der ersten Eigenfrequenz des Gesamtsystems liegt [8].

Die drei Hauptkomponenten des Modells haben folgende physikalische Bedeutung:

– **Zeitvariable Zahnsteifigkeit (TVMS):** Die periodische Variation der Kontaktsteifigkeit entsteht durch den Wechsel zwischen Ein- und Zweipaareingriff während der Rotation. Die Frequenz dieser Variation entspricht der GMF, und ihre Amplitude k_{var} bestimmt die Anregungsstärke des Systems.

– **Äquivalente Dämpfung:** Die Dämpfungskonstante c_m fasst mehrere Dissipationsmechanismen zusammen: Materialdämpfung, Schmierfilmdämpfung im Zahnkontakt, und strukturelle Dämpfung der Wellen und Gehäuse. Der kalibrierte Wert $c_m = 5 \times 10^5$ N·s/m liegt im typischen Bereich für Schwerlastgetriebe [1].

– **Backlash-Funktion:** Das Flankenspiel führt zu einer stückweise linearen Nichtlinearität, die bei hohen dynamischen Lasten zu Stoßvorgängen führen kann. Im vorliegenden Betriebszustand unter Dauerlast bleibt der Kontakt jedoch weitgehend erhalten.

Die Beschleunigungsantwort $\ddot{\delta}$ wird als Proxy für die gemessene Gehäusebeschleunigung verwendet. Diese Annahme ist valide, da die dynamische Übertragungsabweichung direkt mit den Kontaktkräften korreliert, welche über die Struktur zum Sensor übertragen werden [2].

7.2 Validierungsmethodik

Die Validierung des digitalen Zwillings erfolgt durch GMF-Matching: Die Simulationsgeschwindigkeit wird so skaliert, dass die berechnete GMF mit der gemessenen übereinstimmt. Dies ermöglicht einen Vergleich im Ordnungsraum (Order Analysis), bei dem die Frequenzen auf die jeweilige GMF normiert werden [2]. Die Methodik ist konform mit IEEE-Standards für Schwingungsanalyse und erlaubt den Vergleich von Getrieben unterschiedlicher Bauart durch Ausrichtung der harmonischen Struktur.

7.3 Interpretation der Korrelation

Die erreichte Korrelation von 0.71 im Ordnungsraum indiziert eine gute Übereinstimmung der spektralen Struktur. In der Literatur werden Korrelationswerte von $r > 0.5$ für Lumped-Parameter-Modelle als akzeptabel angesehen [4]. Die Korrelation erfasst primär die Peakpositionen (GMF-Harmonische), während Amplitudenunterschiede weniger gewichtet werden. Die geringe RMSE von 0.041 bestätigt die quantitative Übereinstimmung.

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

7.4 Modelllimitierungen

Das 1-DOF-Modell weist systembedingte Limitierungen auf:

– **Harmonikenverhältnis und TVMS-Form:** Die simulierten Harmonikenverhältnisse (2./1. = 0.009) unterscheiden sich erheblich von den gemessenen (0.486). Diese Diskrepanz ist primär auf die sinusförmige TVMS-Anregung (Gl. 2) zurückzuführen. In der Realität hat die Lastverteilung beim Zahneingriff einen eher *rechteck- oder trapezförmigen* Verlauf durch den scharfen Wechsel zwischen Ein- und Zweipaareingriff [9]. Die Fourierzerlegung einer solchen Trapezfunktion enthält nennenswerte Oberwellen bei 2×, 3× GMF, die im Messsignal sichtbar sind. Das implementierte Modell unterstützt alternativ eine Fourier-Reihenentwicklung der TVMS als Dreieck- oder Trapezfunktion:

$$k_m(t) = k_{\text{mean}} + k_{\text{var}} \sum_{n=1}^{N} a_n \cos(n \cdot 2\pi f_{\text{mesh}} t + \varphi_n) \tag{8}$$

wobei die Koeffizienten a_n aus der Fourierreihe der gewählten Wellenform folgen. Erste Vergleichssimulationen zeigen, dass die Trapez-TVMS stärkere Oberwellen erzeugt, jedoch bleibt die quantitative Übereinstimmung mit der Messung begrenzt, da weitere Effekte (Zahnprofilfehler, strukturelle Resonanzen) nicht abgebildet werden.

– **Übertragungsfunktion Gehäuse:** Die Abweichung in den Amplitudenverhältnissen der höheren Harmonischen ist teilweise auf die frequenzabhängige Übertragungsfunktion des Getriebegehäuses zwischen Zahnkontakt und Sensor zurückzuführen, die im 1-DOF-Modell nicht abgebildet ist.

– **Fehlende Effekte:** Zahnprofilfehler, Mehrfachzahnkontakte [13], strukturelle Resonanzen und Nichtlinearitäten der Lager [12, 14] werden nicht modelliert.

– **Parameterabhängigkeit:** Die Variation von $k_{\text{var}}/k_{\text{mean}}$ zeigt nur geringe Auswirkung auf das Harmonikenverhältnis (siehe Bild 2b).

Trotz dieser Limitierungen erfüllt das Modell seinen Zweck als recheneffizienter digitaler Zwilling für die GMF-basierte Zustandsüberwachung, da die dominante Frequenz (1× GMF) präzise abgebildet wird.

7.5 Praktischer Nutzen

Der entwickelte digitale Zwilling kombiniert physikalische Genauigkeit mit hoher Recheneffizienz:

1. **Rechengeschwindigkeit:** Wie in Tabelle 2 dokumentiert, erreichen die Lumped-Parameter-Modelle einen Speedup von 23–27× gegenüber FEM-Referenzsimulationen. Die Rechenzeit von unter einer Minute für eine 2-Sekunden-Simulation ermöglicht den quasi-parallelen Betrieb zum realen System.

2. **Amplituden-Validität:** Die Abweichung des RMS von 12–14 % (je nach TVMS-Modell) belegt, dass das Modell die dynamischen Lasten in der Größenordnung korrekt abschätzt. Die Validierung erfolgte mit realen Messdaten vom TAKRAF-Prüfstand (SRs1300) bei MIBRAG unter definierten Betriebsbedingungen (1498 U/min, 2633 Nm, siehe Tab. 5).

3. **Echtzeitfähigkeit:** Das Modell kann parallel zum realen Betrieb laufen, um den Getriebezustand kontinuierlich zu bewerten. Die Rechenzeit liegt deutlich unter der Echtzeit, sodass eine kontinuierliche Zustandsüberwachung möglich ist.

Die Ergebnisse bestätigen die Eignung des Modells für industrielle Condition-Monitoring-Anwendungen [2, 14], insbesondere für die Früherkennung von Zahnrad- und Lagerschäden anhand charakteristischer Frequenzmuster.

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +

8 Fazit

Es wurde ein digitaler Zwilling für ein Schwerlast-Planetengetriebe entwickelt und erfolgreich anhand realer Prüfstandsdaten validiert. Das Modell simuliert präzise das Schwingungsverhalten bei fehlerfreien und fehlerhaften Zuständen. Die Kombination aus Validität und Recheneffizienz macht es zu einem wertvollen Werkzeug für die industrielle Echtzeit-Diagnose, um die Anlagensicherheit zu erhöhen und Stillstandzeiten zu reduzieren.

Zukünftige Arbeiten fokussieren sich auf die Integration weiterer Fehlertypen (z. B. Lagerdefekte mit BPFO/BPFI [12]) und die Kopplung mit Machine-Learning-Algorithmen zur automatisierten Fehlererkennung und -klassifikation.

9 Literatur

[1] C. G. Cooley, R. G. Parker, "A review of planetary and epicyclic gear dynamics and vibrations research", *Applied Mechanics Reviews*, vol. 66, no. 4, 040804, 2014.
[2] R. B. Randall, *Vibration-based Condition Monitoring: Industrial, Automotive and Aerospace Applications*, 2nd ed. Wiley, 2021.
[3] R. B. Randall, "A new method of modeling gear faults", *J. Mechanical Design*, vol. 104, no. 2, pp. 259–267, 1982.
[4] T. M. Ericson, R. G. Parker, "Planetary gear modal vibration experiments and correlation against lumped-parameter and finite element models", *J. Sound Vib.*, vol. 332, no. 9, pp. 2350–2375, 2013.
[5] S. Teng, X. Chen, G. Chen, L. Cheng, "Structural damage detection based on transfer learning strategy using digital twins of bridges", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 191, 110160, 2023.
[6] Y. J. Yan, L. Cheng, Z. Y. Wu, L. H. Yam, "Development in vibration-based structural damage detection technique", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, no. 5, pp. 2198–2211, 2007.
[7] R. G. Parker, S. M. Vijayakar, T. Imajo, "Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons", *J. Sound Vib.*, vol. 237, no. 3, pp. 435–455, 2000.
[8] V. K. Ambarisha, R. G. Parker, "Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models", *J. Sound Vib.*, vol. 302, no. 3, pp. 577–595, 2007.
[9] C. G. Cooley, C. Liu, X. Dai, R. G. Parker, "Gear tooth mesh stiffness: A comparison of calculation approaches", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 105, pp. 540–553, 2016.
[10] R. Thiel, F. Strakosch, J. Jäkel, F. Derbel, "Zur vorbeugenden Instandhaltung von Planetengetrieben mit Beschleunigungssensoren in den Planetenrädern", 2024.
[11] D. J. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, 2nd ed. Research Studies Press / Wiley, 2000.
[12] P. D. McFadden, J. D. Smith, "Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing", *J. Sound Vib.*, vol. 96, no. 1, pp. 69–82, 1984.
[13] M. Inalpolat, A. Kahraman, "A theoretical and experimental investigation of modulation sidebands of planetary gear sets", *J. Sound Vib.*, vol. 323, no. 3–5, pp. 677–696, 2009.
[14] Y. Lei, Z. Liu, J. Lin, Z. Lu, "Fault diagnosis of planetary gearboxes: A review", *Measurement*, vol. 48, pp. 292–305, 2014.
[15] ISO 13373-1:2002, *Condition monitoring and diagnostics of machines – Vibration condition monitoring – Part 1: General procedures*. International Organization for Standardization, 2002.
[16] A. Kahraman, R. Singh, "Non-linear dynamics of a spur gear pair", *J. Sound Vib.*, vol. 142, no. 1, pp. 49–75, 1990.
[17] C. Liu, C. G. Cooley, R. G. Parker, "Stiffness and damping models for the oil film in gear teeth contacts", *J. Applied Mechanics*, vol. 83, no. 4, 041011, 2016.
[18] M. Grieves, J. Vickers, "Digital twin: Mitigating unpredictable, undesirable emergent behavior in complex systems", in *Transdisciplinary Perspectives on Complex Systems*. Springer, 2017, pp. 85–113.
[19] F. Tao, H. Zhang, A. Liu, A. Y. C. Nee, "Digital twin in industry: State-of-the-art", *IEEE Trans. Industrial Informatics*, vol. 15, no. 4, pp. 2405–2415, 2019.
[20] S. Braun, *Mechanical Signature Analysis*. Academic Press, 1986.
[21] SAE J1843, *Qualified vibration data acquisition system*. SAE International, 1995.
[22] H. Ma, R. Song, X. Pang, B. Wen, "Time-varying mesh stiffness calculation of spur gears with tip relief", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 98, pp. 64–80, 2016.
[23] P. Sainsot, P. Velex, O. Duverger, "Contribution of gear body to tooth deflections – A new bidimensional analytical formula", *J. Mechanical Design*, vol. 126, no. 4, pp. 748–752, 2004.
[24] C. Rackauckas, Q. Nie, "DifferentialEquations.jl – A performant and feature-rich ecosystem for solving differential equations in Julia", *J. Open Research Software*, vol. 5, no. 1, p. 15, 2017.

Open Access. © 2026 R. Thiel, W. Abbassi, F. Derbel
This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 License. +