CPLEX-basierte Produktionsablaufplanung

A. Herdt¹, M. Scheidig¹, C. Jentner¹, G. Sand²

Zusammenfassung

Das Ziel dieses Projektes ist, die bestehende tägliche Produktionsablaufplanung in der Handgalvanik bei dem Lohngalvanikbetrieb C. Jentner GmbH mit Hilfe eines mathematischen Modells zu optimieren. Hierfür wurde das Flexible-Job-Shop-Modell von Ziaee ([1], S. 91-95) ausgewählt und auf die Gegebenheiten vor Ort angepasst. Es gehört zu den MILP-Problemen (mixed integer linear programming-gemischt ganzzahlige Programmierung). Bei der Verwendung des Modells für die Praxis stellt die Modellgröße, die benötigt wird, um die Vorgänge in der Produktion ausreichend abbilden zu können, ein Problem dar. Diese führt zu langen Lösungszeiten, die für den täglichen Einsatz in der Produktionsablaufplanung ungeeignet sind. Zur Lösung dieses Problems wurde ein problemspezifisches Verfahren basierend auf Aggregations- und Dekompositionstechniken entwickelt. Durch Anwendung dieses Verfahrens kann die Problemgröße für den Solver klein und so die Lösungszeit in einem für die tägliche Produktionsablaufplanung annehmbaren Rahmen gehalten werden.

Stichwörter

Flexible Job Shop, Mixed Integer Linear Programming, Produktionsablaufplanung, Modellierung großer Systeme, Aggregation, Dekomposition

1 Einführung

In der Industrie wird es für die Unternehmen immer wichtiger, flexibel auf neue Auftragslagen zu reagieren. Auch in der Galvanikindustrie sehen sich die Unternehmen diesem Druck ausgesetzt. So auch der Lohngalvanikbetrieb C. Jentner. Um wettbewerbsfähig zu bleiben, müssen die vorhandenen Anlagen und Ressourcen durch einen optimierten Produktionsablauf ideal genutzt werden. Bislang erfolgte die Tagesplanung bei C. Jentner heuristisch. Das bedeutet, dass qualifizierte Mitarbeiter des Unternehmens anhand ihrer Erfahrung einen Produktionsablaufplan erstellen. Je nachdem, welcher Mitarbeiter mit dieser Aufgabe betraut ist, kann der Plan entsprechend variieren. Hilfreich bei der Produktionsablaufplanung wäre daher ein Werkzeug in Form einer Software, welche innerhalb von kurzer Zeit einen optimalen Produktionsablaufplan für einen Produktionstag erstellen kann. Auf dem Markt gibt es bisher nur Planungswerkzeuge, die kaum flexibel sind, wie zum Beispiel für Stanzautomaten, deren Durchlaufzeiten sowie die Art des Stanzgutes konstant bleiben. Änderungen sind bei diesen nur begrenzt durchführbar. Durch die große Auftragsvielfalt bei C. Jentner ist ein hohes Maß an Flexibilität des Planungswerkzeuges gefragt. Daher wurde in Zusammenarbeit mit dem Steinbeis-Transferzentrum „Modellierung und Optimierung“ das Projekt „CPLEX- basierte Produktionsablaufplanung“ ins Leben gerufen. Das Projekt startete im Juli 2020 mit ersten Recherchen zu veröffentlichten mathematischen Modellen, welche ein ähnliches Problem bereits abbilden und lösen können. Es wurde das FJSP-Modell von Ziaee ([1], S. 95-99) ausgewählt und auf die bestehenden Verhältnisse bei

¹ C. Jentner GmbH, Pforzheim

² Steinbeis-Transferzentrum „Modellierung und Optimierung technischer Systeme“ und Hochschule Pforzheim

C. Jentner angepasst und erweitert. Ziel des Projektes ist mit Hilfe dieses modifizierten Modells eine Optimierung der Produktionsablaufplanung in der manuellen Gestellgalvanik bei C. Jentner zu realisieren.

1.1 Galvanik

In diesem Kapitel werden zunächst kurz die chemischen Grundlagen der Galvanotechnik erklärt. Des Weiteren wird auf die Gestellgalvanik bei C. Jentner eingegangen.

1.1.1 Galvanisches Beschichten

In der Galvanik wird sich zunutze gemacht, dass wässrige Lösungen von Salzen, Säuren und Basen elektrischen Strom leiten. Durch Wanderung der Ionen kommt es zu einem Stromtransport. Wenn nun das wandernde Ion ein Metallion ist und auf eine Elektrode trifft, kann sich das Metallion beim Entladen auf der Elektrode als reines Metall abscheiden. Diesen Vorgang bezeichnet man als galvanisch Beschichten ([2], S.319). Der zu überziehende Gegenstand fungiert als Kathode. Er wird mit dem Material der Anode, die aus Metall in fester Form, wie zum Beispiel Kupfer, Silber oder Nickel besteht, überzogen.

Bild 1: Galvanisches Bad mit Gleichstrom-Spannungsquelle, Kathode und Anode

Es gibt für den Prozess des Galvanisierens mehrere chemische Behandlungsbäder, die verwendet werden. Diese umfassen das Reinigen, das tatsächliche Galvanisieren und das Spülen ([2], S.320). Die Eigenschaften des Überzuges können durch unterschiedliche Reihenfolgen, Stromstärken und Operationsdauern in den galvanischen Bädern beeinflusst werden.

1.1.2 Gestellgalvanik bei C. Jentner

Man unterscheidet zwischen Trommelgalvanik, Bandgalvanik und Gestellgalvanik. Bei der Bandgalvanik werden zum Beispiel Drähte oder Stanzbänder in Durchlaufanlagen, welche durch Elektrolyt-Bäder führen, galvanisiert. Bei der Trommelgalvanik werden kleinere Werkstücke aufgrund ihrer Größe als Schüttgut in große Trommeln, die in große Elektrolyt-Becken getaucht werden, galvanisiert. Bei der Gestellgalvanik werden die Werkstücke auf Warengestelle gesteckt bzw. aufgehängt. Bei C. Jentner sind die Werkstücke zum Beispiel Ringe, Ketten, Armbänder, Schleifringe, OP-Pinzetten, Endkappen, Schrauben, Schlüssel oder Steckverbindungen. Je nach Größe kann ein Warengestell 1 bis etwa 500 Werkstücke enthalten. Folgende Abbildung (Bild 2) zeigt jeweils ein Warengestell mit Schraubverbindungen, Endkappen für ein Kordelarmband und OP-Besteck.

Bild 2: Warengestell mit Schraubverbindungen, Endkappen für ein Kordelarmband, OP-Besteck (v.l.n.r.)

Ein Kundenauftrag kann aufgrund seines Umfangs mehrere Warengestelle umfassen. Diese durchlaufen dann dieselben Prozessschritte wie Reinigen, Spülen, Beschichten mit dem gewünschten Metall (Kupfer, Nickel, Silber, Gold usw.), Spülen und Trocknen mit denselben Prozesszeiten.

Die Prozesszeiten der verschiedenen Aufträge können sehr unterschiedlich sein. Das Reinigen beträgt durchschnittlich 1- 2 Minuten. Beim Beschichten sind Verweilzeiten von einer Minute bis weit über zwei Stunden keine Seltenheit. Diese starke Variation beim Beschichten beruht auf den technischen Funktionen der Werkstücke. Beispielsweise erhöhen sehr dicke Silberschichten ($\sim 50\text{-}100\text{ }\mu\text{m}$) auf Aluminium und sehr dünne Goldschichten ($\sim 0,15\text{-}0,5\text{ }\mu\text{m}$) auf Eisenwerkstoffen die elektrische Leitfähigkeit. Auch im Schmuckbereich können sich dickere Schichten als nützlich erweisen, da trotz der natürlichen Abrasion die Schicht länger bestehen bleibt. Die Warengestelle werden bei C. Jentner von den Mitarbeitern durch den gesamten Produktionsprozess entlang der sogenannten Galvanikstraße (siehe Bild 3) transportiert und manuell in die Bäder getaucht und wieder herausgehoben. Diese Transportzeiten können je nach den örtlichen Begebenheiten (z.B. Entfernung der Bäder) 10 bis 40 Sekunden dauern.

Bild 3: Zwei Galvanikstraßen bei C. Jentner

2 Mathematisches Modell

Für die Beschreibung der Prozesse in der Galvanik-Anlage bei C. Jentner wurde das Modell von Ziaee ([1], S. 95-99) ausgewählt, welches ein Flexible-Job-Shop-Problem beschreibt. Unter Flexible-Job-Shop-Modellen versteht man mathematische Modelle für die Belegungsplanung mit einer gegebenen Anzahl an Aufträgen. Jeder Auftrag besteht jeweils aus einer spezifischen Abfolge von Operationen, die eingehalten werden muss. Jede Operation wird auf eine Ressource eingelastet. Dafür stehen mehrere

gleichartige Ressourcen zur Verfügung. Des Weiteren sind den Operationen spezifische Operationsdauern zugeordnet. Im Kapitel 2.1 werden Teile des ursprünglichen Modells von Ziaee vorgestellt und in 2.2 die Anpassungen, welche benötigt wurden, um die Prozesse bei C. Jentner noch detaillierter zu beschreiben.

2.1 Mathematische Formulierung des Modells

Für das Modell wurden mehrere Annahmen getroffen. Erstens sollen alle Aufträge unabhängig voneinander sein und die gleiche Priorität haben. Zweitens soll eine Operation nur an einer Ressource und nicht an mehreren gleichzeitig stattfinden können. Des Weiteren werden in der ursprünglichen Modell-Formulierung Transport- und Bestückungszeiten nicht berücksichtigt. Dieser Punkt wird in Kapitel 2.2 angepasst.

2.1.1 Parameter

Die Parameter werden einerseits durch die Auftragslage am betreffenden Produktionstag als auch durch die bestehenden Verhältnisse in der Galvanikanlage vor Ort bestimmt.

Tabelle 1: Parameter des Ziaee-Modells

Parameter	Beschreibung	Wertebereich
n	Anzahl der Aufträge	$n \in \mathbb{N}$
i, i'	Index eines Auftrages	$i, i' \in \{1, \dots, n\}$
m	Anzahl der Ressourcen	$m \in \mathbb{N}$
k, k'	Index einer Ressource	$k, k' \in \{1, \dots, m\}$
J_i	Anzahl der Operationen für Auftrag i	$J_i \in \mathbb{N}$
A_{ij}	Menge an Ressourcen auf denen Operation j von Auftrag i stattfinden kann	$A_{ij} \in \{1, \dots, m\}$
t_{ijk}	Operationsdauer der Operation j von Auftrag i an Ressource k	$t_{ijk} \in \mathbb{R}^+$
M	hinreichend große Zahl (dient zur Aktivierung bzw. Deaktivierung von Gleichungen bzw. Ungleichungen)	$M \in \mathbb{R}^+$

2.1.2 Variablen

Das Modell ist ein MILP-Modell („mixed integer linear program“). Das bedeutet, dass in dem Modell ganzzahlige und auch kontinuierliche Variablen vorkommen und sowohl die Zielfunktion als auch die Gleichungen und Ungleichungen linear sind. Die Werte der Variablen in der folgenden Tabelle werden innerhalb ihrer definierten Wertebereiche durch die Optimierung bestimmt.

Tabelle 2: Variablen des Ziaee-Modells

Variablen	Beschreibung	Wertebereich
c_{max}	Produktionsspanne	$c_{max} \in \mathbb{R}^+$
c_{ijk}	Fertigstellungszeit von Operation j von Auftrag i an Ressource k	$c_{ijk} \in \mathbb{R}^+$ $\forall i, \forall j \leq J_i, k \in A_{ij}$
x_{ijk}	Operation j von Auftrag i wird an Ressource k durchgeführt oder nicht	$x_{ijk} \in \{0, 1\}$ $\forall i, \forall j \leq J_i, k \in A_{ij}$

Variablen	Beschreibung	Wertebereich
	$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & i, j \text{ findet an } k \text{ statt} \\ 0, & i, j \text{ findet nicht an } k \text{ statt} \end{cases}$	
$y_{iji'j'}$	<p>Zeitliche Reihenfolge der Operationen j von Auftrag i und der Operation j' von Auftrag i' mit $i < i'$</p> $y_{iji'j'} = \begin{cases} 1, & i', j' \text{ vor } (i, j) \\ 0, & i', j' \text{ nach } i, j \end{cases}$ <p>Voraussetzung: (i, j) und i', j' werden an derselben Ressource k durchgeführt $(x_{ijk} = 1 \text{ und } x_{i'jk} = 1)$</p>	$y_{iji'j'} \in \{0, 1\}$ $\forall i, \forall j \leq J_i, \forall i' > i, \forall j' \leq J_{i'}$

2.1.3 Nebenbedingungen

Das Ziel der Optimierung ist die Minimierung der Produktionsspanne c_{max} . Die Nebenbedingung (2) gewährleistet, dass sich zwei aufeinanderfolgende Operationen zeitlich nicht überschneiden. Die folgende Operation darf frühestens starten, wenn die vorhergehende abgeschlossen ist (Not-earlier-than-Bedingung).

$$\left(\sum_{k' \in A_{ij}} c_{ijk'} \right) - (c_{ij+1k} - t_{ij+1k}) \leq M \cdot (1 - x_{ij+1k}) \quad \forall i, \forall j \leq J_i, k \in A_{ij+1}, \quad (2)$$

Die weiteren Nebenbedingungen des Ziaee-Modells können der Quelle [1], S. 96 entnommen werden.

2.2 Anpassung des Modells auf C. Jentner

Die Aufträge:

Im Modell wird jedes Warengestell als gesonderter Auftrag betrachtet. Somit werden Kundenaufträge, welche auf mehrere Warengestelle aufgeteilt werden, im Modell als mehrere Aufträge abgebildet.

Die Operationen:

Die Operationen in der Produktion bei C. Jentner beinhalten das Be- und Entstücken, die Tauchgänge in den jeweiligen Bädern und das Trocknen der Warengestelle in den Trocknern. Im ursprünglichen Modell werden die Transportvorgänge zwischen den Ressourcen mit Begründung ihrer kurzen Dauer als vernachlässigbar betrachtet. Bei C. Jentner sind jedoch die Transportzeiten, die auch das Absenken und Herausheben der Warengestelle umfassen, zeitlich nicht vernachlässigbar, und sie können je nach den örtlichen Begebenheiten (Entfernung der Ressourcen) 10 bis 40 Sekunden dauern. Daher wurde hier zwischen jeder der oben genannten Operationen eine Transportoperation eingefügt.

Die Ressourcen:

Die Ressourcen umfassen in der betreffenden Galvanikanlage bei C. Jentner die Bestückungstische (Operationen Be- und Entstücken), die einzelnen Bäder der Galvanikstraße, die Trockner und die Mitarbeiter, die für die Transportoperationen zuständig sind. Diese werden im Folgenden als Transportressourcen bezeichnet. Die Mitarbeiter an den Bestückungstischen werden nicht wie die Transportmitarbeiter extra als Ressource betrachtet, sondern als Einheit mit dem jeweiligen Bestückungstisch (untrennbar).

Die Operationsdauern:

Das ursprüngliche Modell sieht feste Operationsdauern vor, die eingehalten werden müssen. Das Modell wurde so angepasst, dass sich die Operationsdauern in definierten, spezifischen Intervallen bewegen dürfen. Diese Intervalle können je nach Auftrag und Operation variieren. Die Operationsdauer beim Spülen darf etwa in einem größeren Rahmen variieren als jene in einem elektrolytischen Bad, da sonst die technisch geforderten Eigenschaften der Werkstücke ungünstig verändert werden können. Hierfür wurde der Parameter t_{ijk} in eine Variable $t_{ijk} \in \mathbb{R}^+$ umgewandelt und für jeden Auftrag und jede Operation zwei neue Parameter t^{lo} und t^{up} eingeführt.

Tabelle 3: Ergänzung zu Parameter

Parameter	Beschreibung	Wertebereich
t_{ij}^{lo}	Untere Zeitgrenze für Operation (j, i)	$t_{ij}^{lo} \in \mathbb{R}^+$
t_{ij}^{up}	Obere Zeitgrenze für Operation (j, i)	$t_{ij}^{up} \in \mathbb{R}^+$

Mit Hilfe dieser beiden Parameter wurden zwei neue Schranken hinzugefügt. Diese beschränken die Variable t_{ijk} nach oben bzw. unten.

$$t_{ijk} \geq t_{ij}^{lo} \quad \forall i, \forall j \leq J_i \quad (9)$$

$$t_{ijk} \leq t_{ij}^{up} \quad \forall i, \forall j \leq J_i \quad (10)$$

Ein zweite Änderung des Modells stellt das Hinzufügen einer weiteren Nebenbedingung dar. Hintergrund ist, dass es zwischen den Bäderressourcen einerseits keine Ablagefläche für Warengestelle gibt und andererseits aus produktionstechnischen Gründen die Operationen eines Auftrages zeitlich nahtlos aneinanderknüpfen müssen. Um die Produktion bei C. Jentner zutreffender abbilden zu können, wurde dem Modell zusätzlich zur Not-earlier-than-Bedingung (2) die Bedingung (2.1) hinzugefügt. Zusammen bilden sie eine No-wait-Bedingung.

$$\left(\sum_{k' \in A_{ij}} c_{ijk'} \right) - (c_{i,j+1,k} - t_{i,j+1,k}) \geq -M \cdot (1 - x_{i,j+1,k}) \quad \forall i, \forall j \leq J_i, k \in A_{i,j+1} \quad (2.1)$$

Diese Bedingung ist in Bild 4 veranschaulicht. Betrachtet wird hier die zeitliche Reihenfolge zweier aufeinanderfolgender Operationen j und $j+1$. Die Startzeit der Operation $j+1$, die sich aus der Differenz der Fertigstellungszeit und der Bearbeitungszeit ergibt, muss der Fertigstellungszeit der Operation j entsprechen.

Bild 4: Anschauliche Bedeutung NB (2) und NB (2.1)

2.3 Implementierung des Modells

Ziel ist es mit Hilfe des mathematischen Modells eine Software für die tägliche Produktionsablaufplanung zu erstellen, welche als Input die Parameter der jeweiligen Aufträge für den jeweiligen Produktionstag erhält und dann mittels einer Optimierungssoftware und eines Solvers einen Produktionsplan für den Tag liefert. Solver sind Computerprogramme, welche Optimierungsprobleme mit numerischen Methoden lösen können. Für die Lösung des modifizierten MILP-Problems von Ziaee wurde der kommerzielle Solver CPLEX³ von IBM verwendet. Dieser verwendet unter anderem Methoden wie den Simplex-Algorithmus und das Branch and Bound-Verfahren. Bei diesem wird die Menge aller möglichen Lösungen eines Problems in Teilmengen aufgespalten („Branching“). Dabei werden diejenigen Teilmengen ausgeschlossen, die eine optimale Lösung sicher nicht enthalten. Die Überprüfung, ob eine solche Teilmenge eine gesuchte optimale Lösung enthalten kann, geschieht über Schranken („Bounds“). Der Solver CPLEX gehört zu den drei leistungsfähigsten Solvern für MILP-Probleme ([3], S.1928). Zur Implementierung des Modells wurde IBM ILOG CPLEX Optimization Studio⁴ (Version 20.1.0) und als Modelliersprache OPL (Optimization Programming Language) verwendet.

3 Problemspezifisches Lösungsverfahren

3.1 Lange Berechnungszeiten

Für die Berechnungen des Modells wurde ein Notebook mit einem i5-Prozessor, 4 Kernen, einer Grundtaktfrequenz von 2,4 GHz und die Standardeinstellung von einem CPU-Thread für den Solver verwendet. Als Erstes wurde das Modell anhand eines historischen Produktionstages von C. Jentner von Beginn des Jahres 2021 getestet. Dieser Tag wurde so ausgewählt, dass er einen typischen Produktionstag darstellt. An diesem Tag wurden 48 Warengestelle bearbeitet und insgesamt 450 Operationen auf 40 Ressourcen verteilt. Das erhoffte Ziel hierbei war, mittels der Optimierung vom Solver einen Produktionsplan mit einer Produktionsspanne berechnet zu bekommen, welche die tatsächliche Produktionsspanne an diesem Tag unterschreitet. Bei der Berechnung wurde jedoch festgestellt, dass der Solver außerordentlich viel Zeit benötigt, um das Optimierungsproblem zu lösen. Die obere Grenze von einer Stunde Lösungszeit sollte für den Einsatz in der täglichen Produktionsablaufplanung nicht überschritten werden. Die Berechnungen für diesen Produktionstag wurden nach 8 Stunden Lösungszeit manuell abgebrochen und das Zwischenergebnis des Solvers hatte eine Optimalitätslücke von 96%. Diese Lücke gibt eine konservative Schätzung des relativen Abstands zwischen dem Wert der besten gefundenen Lösung und dem unbekannten Optimum an. Die vom Solver gefundene, noch nicht sicher optimale, aber zulässige Lösung lieferte einen Produktionsablaufplan, dessen Produktionsspanne rund eine Stunde weniger umfasste als die tatsächliche Produktionsspanne an diesem Tag.

3.2 Reduktion der Lösungszeit

Ein Grund für die langen Lösungszeiten ist die Modellgröße. Daher wurden Methoden zur Verkleinerung jener benötigt. Es wurde ein mehrstufiges problemspezifisches Lösungsverfahren auf Basis von Dekompositions- und Aggregationstechniken entwickelt, um die Modellgröße und entsprechend damit auch die Lösungszeit zu reduzieren. Zusätzlich wurde eine Methode des Symmetriebruches

³ Ibm.com. 2021. CPLEX Optimizer. [online] Available at: <<https://www.ibm.com/de-de/analytics/cplex-optimizer>> [Accessed 1 October 2021].

⁴ Ibm.com. 2021. ILOG CPLEX Optimization Studio - Überblick. [online] Available at: <<https://www.ibm.com/de-de/products/ilog-cplex-optimization-studio>> [Accessed 1 October 2021].

verwendet, der die Größe der Lösungsmenge für den Solver reduzieren soll. Bild 5 zeigt einen Überblick über den Ablauf des Verfahrens. Das Modell wird von links nach rechts auf mehreren Stufen vereinfacht. Dann wird die Lösung des am stärksten vereinfachten Modells verwendet. Die Variablenwerte der Entscheidungsvariablen x und y werden benötigt, um einen Teil der Lösung auf der nächsten Stufe vorwegzunehmen und damit die Lösungszeit klein zu halten. Dieser Vorgang wird bis zur Lösung des Modells in seiner ursprünglichen, detaillierten Form wiederholt.

Bild 5: Ablauf problemspezifisches Lösungsverfahren

Der „Proof of Concept“ des mehrstufigen problemspezifischen Lösungsverfahrens wurde anhand eines Beispielproblems mit Daten aus der Praxis durchgeführt. Dieses Beispielproblem beinhaltet zehn Warengestelle, die insgesamt vier unterschiedlichen Aufträgen angehören. Zwei Warengestelle gehören zu einem übergeordneten Auftrag, wenn sie dieselbe Operationsreihenfolge und dieselben festgelegten Operationsdauern haben und an denselben Ressourcen eingelastet sind. Der Solver löste das Problem mit diesen zehn Warengestellten und den zugehörigen Daten in einer Zeit von 5030,97 s. Die optimale Produktionsspanne wurde mit 11 226 s bestimmt.

Im Folgenden wird die Anwendung des problemspezifischen Lösungsverfahrens auf dieses Beispielproblem beschrieben. Der erste Schritt des Verfahrens basiert auf einer Dekomposition der Operationen und Ressourcen in zwei Bereiche: Zum einen der Bereich, der das Be- und Entstückung mit den zugeordneten Ressourcen enthält, und zum anderen der „Mittelteil“ mit den restlichen Operationen zwischen Be- und Entstückung und den zugehörigen Ressourcen. Die Motivation für die Dekomposition ist, dass im Be- und Entstückung-Teil viele Symmetrien vorhanden sind. Symmetrie bedeutet hier, dass eine Operation an mehreren Ressourcen durchgeführt werden kann und somit mehrere gleichwertige Lösungen existieren. Indem zunächst einmal nur der „Mittelteil“ betrachtet wird, kann der Lösungsraum für den Solver verkleinert werden.

In der folgenden Übersicht (Bild 6) sind die Parameter für einen der vier Aufträge abgebildet. Er beinhaltet 15 Operationen (Spalte 2) und deren Beschreibungen (Spalte 1). In der ersten Zeile der Tabelle sind die für den Beispielauftrag benötigten Ressourcen aufgelistet. Eine Operation kann an einer Ressource durchgeführt werden, wenn ein Zahlenwert in der betreffenden Zelle steht. Dieser entspricht der Operationsdauer in Sekunden.

Tätigkeit	Operations-Nr.	E1	E2	1303	1308	1309	1312	T1	T2	T3
Aufhängen	1									
Transport	2	40	40							
1303Entfettung	3			60						
Transport	4	40	40							
1308/1309Silber	5				5400	5400				
Transport	6	40	40							
1303Entfettung	7			60						
Transport	8	40	40							
1312Rhodium	9						80			
Transport	10	40	40							
1303Entfettung	11			60						
Transport	12	40	40							
Trocknung	13							600	600	600
Transport	14	40	40							
Abhängen	15									

Bild 6: Parameter Auftrag Beispielproblem

Für den Mittelteil wird zuerst der Symmetriebruch durchgeführt: Operationen, die potentiell an mehr als einer Ressource stattfinden können, werden künstlich in mehrere, gleichlange Operationen aufgeteilt, die sequentiell jeweils an einer der möglichen Ressourcen stattfinden. Dieser Symmetriebruch wurde für den Beispielauftrag für die Operation 1308/1309Silber und die Trocknung durchgeführt (rote Umrandung Bild 6). Diese wurden aufgeteilt in 1308Silber und 1309Silber und TrocknungT1-TrocknungT3 (rote Umrandung Bild 7).

Tätigkeit	Operations-Nr.	E1	E2	1303	1308	1309	1312	T1	T2	T3
Transport	1	40	40							
1303Entfettung	2			60						
Transport	3	40	40							
1308Silber	4				2700					
1309Silber	5					2700				
Transport	6	40	40							
1303Entfettung	7			60						
Transport	8	40	40							
1312Rhodium	9						80			
Transport	10	40	40							
1303Entfettung	11			60						
Transport	12	40	40							
TrocknungT1	13							200		
TrocknungT2	14								200	
TrocknungT3	15									200
Transport	16	40	40							

Operations-Nr.	AG1	1308	1309	T1	T2	T3
1	140					
2		2700				
3			2700			
4	320					
5				226.66		
6					226.66	
7						226.66

Bild 7: Auftrag Beispielproblem nach Symmetriebruch (l.) und nach Aggregation (r.)

Auf diesen Mittelteil mit Symmetriebruch wurde ein Aggregationskonzept angewandt: Aufeinanderfolgende Operationen werden zu einer übergeordneten Operation zusammengefasst. Durch die Koppelung von Operationen und Ressourcen können gleichzeitig die den Operationen zugeordneten Ressourcen zu einer übergeordneten Ressource gebündelt werden. Für die Transportoperationen wird hier eine wichtige Annahme getroffen: Es gibt für ihre Durchführung keine Kapazitätsbeschränkung. Die Transportoperation verknüpft nämlich immer zwei Operationen mit den restlichen Ressourcen. Damit diese wiederum in Blöcke zusammengefasst werden können, wird also die Annahme getroffen, dass es genügend Transportressourcen für die Transportoperationen gibt. Die Transportressourcen werden für die Aggregation aus der Menge der Ressourcen herausgenommen. Die Transportzeiten werden auf die Bearbeitungszeit der jeweils vorigen oder nächsten Operation addiert. So erhält man ein Modell mit weniger Ressourcen als das ursprüngliche Modell. Durch die Aggregation und den Symmetriebruch kann jede Operation nur noch an einer Ressource durchgeführt werden. Damit sind die Werte der Binärvariablen x eindeutig besetzt. Für den Beispielauftrag wurden die Operationen 6 bis 11 zu einer Operation und die Ressourcen 1303 und 1312 zur Ressource AG1 gebündelt (siehe Bild 7 rechts). Für das gesamte Beispielproblem konnte die Zahl der Ressourcen von 34 auf 7 und die Zahl der Operationen von 122 auf 51 reduziert werden. Der Solver löst dieses aggregierte Modell des Mittelteils mit Symmetriebruch in 0,08 s. Die Werte der Binärvariablen y aus dieser Lösung, das heißt die

Reihenfolgen der zusammengefassten Blöcke, werden für den nächsten Schritt der Disaggregation (siehe Stufe 1, Bild 5) verwendet.

Bei der Rückführung zur Lösung des detaillierten Modells wird das Hauptaugenmerk auf die Variablen x und y gelegt. Die anderen Variablen werden auf jeder Stufe neu vom Solver bestimmt.

Auf der Stufe 1 wird die Bündelung der Operationen und Ressourcen rückgängig gemacht und die Transportressourcen wieder hinzugefügt. Eine Teilmenge der y -Werte kann durch die Lösung des aggregierten Modells mit Symmetriebruch abgeleitet werden. Diese gehen als fixierte Werte in das Modell ein. Der Solver muss also noch die Zuordnung der Transportoperationen zu den Transportressourcen festlegen (x -Werte) und die Reihenfolge der Transportoperationen an der jeweiligen Transportressource (y -Werte). Der Solver löst das Modell auf dieser Stufe in einer Zeit von 5,09 s.

Auf der nächsten Stufe wird der Symmetriebruch des Mittelteils rückgängig gemacht und damit die Anzahl der Operationen reduziert. Für den Auftrag aus dem Beispielpapier bedeutet es, dass die Operationen 4 und 5 und 13 bis 15 (siehe Bild 7) zu den Operationen 5 und 13 aus Bild 6 umgewandelt werden. Es wird wieder eine Teilmenge der x - und y -Werte aus der vorherigen Stufe als fixierte Variablen verwendet. Auf dieser Stufe muss der Solver die Zuordnung der Operationen zu den Ressourcen, auf die der Symmetriebruch angewendet wurde, und die Reihenfolge der Operationen an diesen Ressourcen bestimmen. Der Solver braucht 0,69 s, um das Modell zu lösen.

Die letzte Stufe stellt eine Rekombination der Modellteile Be- und Entstücken und des Mittelteils dar. Hierfür wird die Zuordnung der Ressourcen und die Reihenfolge an den Ressourcen aus der Lösung des Mittelteils verwendet (fixierte x - und y -Werte). Der Solver muss hier noch die Zuordnung der Bestückungs- bzw. Entstückungsoperationen zu den Bestückungstischen und die Reihenfolge an diesen bestimmen. Hier beträgt die Lösungszeit 0,48 s. Diese Lösung ist eine zulässige Lösung des Gesamtproblems.

Durch Summation der jeweiligen Lösungszeiten der einzelnen Schritte des problemspezifischen Lösungsverfahrens erhält man eine gesamte Lösungszeit von 6,34 s. Die Produktionsspanne, die auf dieser letzten Stufe vom Solver bestimmt wurde, beträgt 11 226 s und ist damit identisch mit der optimalen Lösung des ursprünglichen Modells. Der Vergleich zur Lösungszeit des Modells ohne Durchführung des mehrstufigen Lösungsverfahrens, die bei 5030,97 s lag, zeigt eine Reduzierung der Lösungszeit auf 0,126 % des ursprünglichen Wertes. Damit ist der erste Test des Lösungsverfahrens erfolgreich verlaufen.

4 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Projekt wurde das mathematische Modell von Ziaee auf die Produktionsverhältnisse bei C. Jentner angepasst. Da die Modellgröße für einen durchschnittlichen Produktionstag zu einer zu langen Lösungszeit führt, wurde ein problemspezifisches Lösungsverfahren basierend auf Dekomposition, Symmetriebruch und Aggregation entwickelt, um die Modellgröße zu verkleinern und damit die Lösungszeit zu reduzieren. Dieses Konzept wurde erfolgreich auf ein kleiner dimensioniertes Beispielpapier angewandt. Im weiteren Verlauf des Projektes soll es noch auf einige Modellgrößen, die einem realen Produktionstag entsprechen, angewandt werden, um auch hier die Konzeptgüte und Lösungszeit zu prüfen. Dabei ist ein wichtiges Kriterium eine Lösungszeit von höchstens einer Stunde zu erreichen. Falls diese weiteren Test erfolgreich verlaufen, soll das angepasste Modell mit dem mehrstufigen Lösungsverfahren in der Praxis für die tägliche Produktionsablaufplanung eingesetzt werden. Falls die Tests zeigen, dass das aktuelle Lösungsverfahren noch nicht ausreicht, um große Modelle in der gewünschten Zeit zu lösen, muss das Lösungsverfahren mit weiteren Techniken zur Reduktion der Lösungszeit kombiniert werden.

5 Literatur

- [1] Ziaee, Mohsen (2018). A Mixed Integer Linear Programming Model for Flexible Job Shop Scheduling Problem. *International Journal of Mathematical and Computer Sciences* 12(6): 91-95
- [2] Müller, Klaus-Peter (1995). *Praktische Oberflächentechnik*. 3rd Aufl. Braunschweig: Vieweg.
- [3] Jablonsky, Josef (2015). Benchmarks for Current Linear and Mixed Integer Optimization Solvers. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis* 63(6): 1923-1928